

ΘΕΩΡΙΑ Α:

A1. Σχολικό βιβλίο σελ 42

A2. α1 β5 γ4 δ6

A3. Σ Σ Σ Λ

ΘΕΩΡΙΑ Β:

B1. Σχολικό βιβλίο σελ 190

B2.

α) Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και την περιεγόμενη γωνία τους ίση, τότε είναι ίσα.

β) Αν δύο τρίγωνα έχουν μία πλευρά ίση και τις προσκείμενες στην πλευρά αυτή γωνίες ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.

B3. Σ Σ Σ Λ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ (Να γράψετε ΜΟΝΟ τις **2** από τις **3** ασκήσεις).

ΑΣΚΗΣΗ Α

Δίνεται το σύστημα (Σ_1)
$$\begin{cases} \frac{x-5}{2} + \frac{3y+1}{5} = 3 \\ 2(x-2) + 3(y+2) = 25 \end{cases}$$

A1. Να φέρετε το (Σ_1) μετά από πράξεις στη ισοδύναμη μορφή : (Σ_2)
$$\begin{cases} 5x + 6y = 53 \\ 2x + 3y = 23 \end{cases}$$

A2. Να λύσετε το σύστημα (Σ_2) με όποια αλγεβρική μέθοδο θέλετε.

Απαντήσεις

A1.

$$\begin{cases} \frac{x-5}{2} + \frac{3y+1}{5} = 3 \\ 2(x-2) + 3(y+2) = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5(x-5) + 2(3y+1) = 30 \\ 2x - 4 + 3y + 6 = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x - 25 + 3y + 2 = 30 \\ 2x + 3y = 23 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 3y = 53 \\ 2x + 3y = 23 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 6y = 53 \\ 2x + 3y = 23 \quad \square(-2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x + 6y = 53 \\ -4x - 6y = -46 \end{cases} \text{ προσθέτουμε κατα μέλη}$$

$$x = 7$$

A2. από την $5x + 6y = 53$ για $x=7$ έχουμε

$$35 + 6y = 53 \text{ ή } 6y = 53 - 35 \text{ ή } y = \frac{18}{6} = 3$$

άρα η λύση του συστήματος είναι $(x,y) = (7,3)$

Β τρόπος με αντικατάσταση

$$\left\{ \begin{array}{l} 5x + 6y = 53 \\ 2x + 3y = 23 \end{array} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 5x + 6y = 53 \\ 2x = 23 - 3y \end{array} \right\} \text{ ή } \left. \begin{array}{l} 5x + 6y = 53 \\ x = \frac{23 - 3y}{2} \end{array} \right\} \text{ αντικατάσταση του } x$$

$$5 \frac{23 - 3y}{2} + 6y = 53 \text{ ή}$$

$$5(23 - 3y) + 12y = 106 \text{ ή}$$

$$115 - 15y + 12y = 106$$

$$-3y = -9$$

$$y = \frac{-9}{-3} = 3$$

$$\text{από την } x = \frac{23 - 3y}{2} = \frac{23 - 3 \cdot 3}{2} = 7$$

άρα η λύση του συστήματος είναι $(x, y) = (7, 3)$

Και άλλοι τρόποι

- Μπορούμε να λύσουμε και ως προς x
- Μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε με -2 την πάνω και με 5 την κάτω
- Μπορούμε να αντικαταστήσουμε σε όποια εξίσωση θέλουμε

ΑΣΚΗΣΗ Β:

Δίνεται η κλασματική εξίσωση

$$\frac{3}{x^3 + x^2 - 4x - 4} - \frac{1}{x + 1} = \frac{1}{x^2 - 4}$$

B1. Να παραγοντοποιηθούν τα παρακάτω πολυώνυμα

$$A = x^3 + x^2 - 4x - 4 \text{ και } B = x^2 - 4$$

B2. Να βρείτε το Ε.Κ.Π. της κλασματικής εξίσωσης και να βρείτε τις τιμές του x

για τις οποίες ορίζονται οι όροι της κλασματικής εξίσωσης .

B3. Να λυθεί η κλασματική εξίσωση

Απαντήσεις

B1.

$$A = x^3 + x^2 - 4x - 4 = x^2(x + 1) - 4(x + 1) = (x + 1)(x^2 - 4) = (x + 1)(x - 2)(x + 2)$$

$$B = x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$$

B2.

$$\text{ΕΚΠ} = (x + 1)(x - 2)(x + 2) \text{ πρέπει}$$

$$x + 1 \neq 0 \text{ και } x - 2 \neq 0 \text{ και } x + 2 \neq 0$$

$$x \neq -1 \text{ και } x \neq 2 \text{ και } x \neq -2$$

B3.

$$\frac{3}{x^3 + x^2 - 4x - 4} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x^2 - 4}$$

$$\frac{3}{(x+1)(x-2)(x+2)} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{(x+2)(x-2)} \quad \text{πολλαπλασιάζουμε με το ΕΚΛ}$$

$$3 - 1(x^2 - 4) = x + 1$$

$$3 - x^2 + 4 - x - 1 = 0$$

$$-x^2 - x + 6 = 0 \quad \text{πολλαπλασιάζουμε με } -1$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 1 + 24 = 25 > 0 \quad \text{άρα δύο λύσεις}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$$x = -3 \text{ δεκτή} \quad \text{ή} \quad x = 2 \text{ απορρίπτεται γιατί } x \neq 2$$

$$\text{άρα } x = -3$$

ΑΣΚΗΣΗ Γ:

$$\text{Αν για την αμβλεία γωνία } \omega \text{ ισχύει } \sigma\upsilon\nu^2 \omega = \frac{25}{169}$$

$$\Gamma 1. \text{ Να δείξετε ότι } \sigma\upsilon\nu \omega = -\frac{5}{13}$$

$$\Gamma 2. \text{ Να υπολογιστούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί } \eta\mu\omega \text{ και } \epsilon\phi\omega$$

$$\Gamma 3. \text{ Να δείξετε ότι: } -5 \cdot \epsilon\phi\omega \cdot \eta\mu^2 x - 13 \cdot \eta\mu\omega = -12 \cdot \sigma\upsilon\nu^2 x$$

Απαντήσεις

Γ1.

$$\sigma\upsilon\nu^2 \omega = \frac{25}{169} \quad \text{ή}$$

$$\sigma\upsilon\nu^2 \omega = \left(\frac{5}{13}\right)^2$$

$$\sigma\upsilon\nu \omega = \pm \frac{5}{13}$$

όμως ω αμβλεία άρα $\sigma\upsilon\nu \omega < 0$ οπότε

$$\sigma\upsilon\nu \omega = -\frac{5}{13}$$

Γ2.

$$\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1 \text{ ή}$$

$$\eta\mu^2\omega + \left(\frac{-5}{13}\right)^2 = 1 \text{ ή}$$

$$\eta\mu^2\omega + \frac{25}{169} = 1 \text{ ή } \eta\mu^2\omega = 1 - \frac{25}{169} \text{ ή}$$

$$\eta\mu^2\omega = \frac{144}{169} = \left(\frac{12}{13}\right)^2 \omega \text{ αμβλεία } \eta\mu\omega > 0$$

$$\eta\mu\omega = \frac{12}{13}$$

$$\text{έχουμε ότι } \varepsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} = \frac{\frac{12}{13}}{\frac{-5}{13}} = \frac{12}{-5} = -\frac{12}{5}$$

Γ3.

$$-5 \cdot \varepsilon\phi\omega \cdot \eta\mu^2x - 13 \cdot \eta\mu\omega = -12 \cdot \sigma\upsilon\nu^2x \text{ αντικαθιστώ τα } \eta\mu\omega \text{ και } \varepsilon\phi\omega$$

$$-5 \cdot \frac{-12}{5} \eta\mu^2x - 13 \cdot \frac{12}{13} = -12 \cdot \sigma\upsilon\nu^2x \text{ ή}$$

$$12\eta\mu^2x - 12 = -12 \cdot \sigma\upsilon\nu^2x \text{ ή}$$

$$12\eta\mu^2x + 12 \cdot \sigma\upsilon\nu^2x = 12$$

$$12(\eta\mu^2x + \sigma\upsilon\nu^2x) = 12 \quad (\text{γνωρίζουμε ότι } \eta\mu^2x + \sigma\upsilon\nu^2x = 1)$$

$$12 \cdot 1 = 12 \text{ που ισχύει}$$