

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ ΣΤΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

(Α) ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1: (α) Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως «Σωστή» ή «Λάθος» :

1. Η ευθεία με εξίσωση $y = 3x - 2$ περνάει από την **αρχή των αξόνων**
2. Η συνάρτηση $y = 4x$ συνδέει δύο **ανάλογα** ποσά
3. Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $y = -2x$ και $y = -2x + 3$ είναι ευθείες **παράλληλες**
4. Η ευθεία με εξίσωση $y = 2x + 3$ έχει **κλίση** $\frac{3}{2}$
5. Η ευθεία με εξίσωση $y = -3x + 8$ **τέμνει** τον άξονα $y'y$ στο σημείο $(0,8)$

ΘΕΜΑ 2: (α) Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως «Σωστή» ή «Λάθος» :

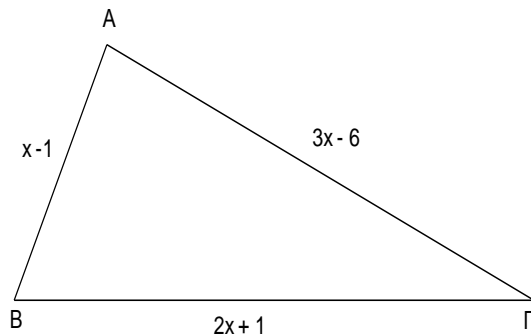
1. Το **τετράγωνο** είναι ένα κανονικό πολύγωνο
2. Η **κεντρική γωνία** του κανονικού 18-γώνου είναι $\omega = 20^\circ$
3. Η **γωνία** του κανονικού 15-γώνου είναι $\varphi = 150^\circ$
4. Υπάρχει **κανονικό πολύγωνο** με κεντρική γωνία 50°
5. Ο αριθμός π ορίζεται ως το πηλίκο $\frac{\text{μήκος κύκλου } L}{\text{ακτίνα κύκλου } \rho}$

(β) Να συμπληρωθούν οι παρακάτω προτάσεις με τον κατάλληλο τύπο :

1. Το **μήκος** ενός κύκλου με ακτίνα ρ δίνεται από τον τύπο :.....
2. Το **εμβαδόν** ενός κυκλικού δίσκου με ακτίνα ρ δίνεται από τον τύπο :
3. Η **κεντρική γωνία** ενός κανονικού n -γώνου είναι δίνεται από τον τύπο:

(B) **ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

ΘΕΜΑ 1 Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ το οποίο έχει
περίμετρο 30 cm και πλευρές
 $AB = x - 1$, $ΑΓ = 3x - 6$
και $BΓ = 2x + 1$



- (i) Να αποδειχθεί ότι $x = 6$
- (ii) Να βρεθούν τα μήκη των πλευρών ΑΒ, ΑΓ, ΒΓ
- (iii) Να αποδειχθεί ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο

ΘΕΜΑ 2 : Δίνονται οι παραστάσεις :

$$\alpha = \sqrt{(-4)^2} + \sqrt{(2-5)^2} - \sqrt{5^2} \quad \text{και} \quad \beta = \sqrt{12 + \sqrt{13 + \sqrt{9}}}$$

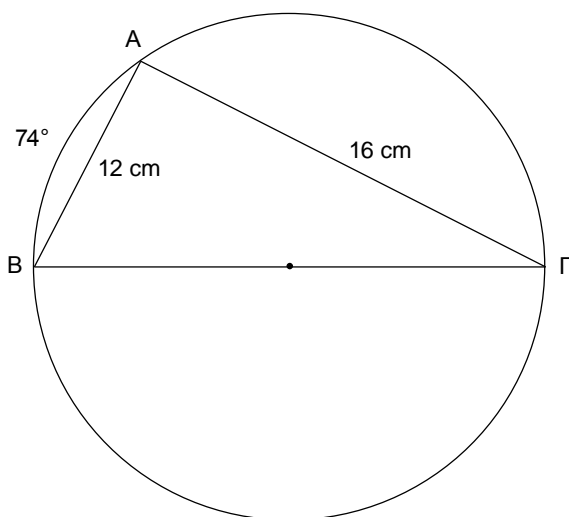
- (i) Να αποδειχθεί ότι $\alpha = 2$ και $\beta = 4$
- (ii) Να λυθεί η ανίσωση

$$\frac{x-2}{\alpha} + \frac{x+1}{\beta} \geq \frac{x-1}{2}$$

και να παρασταθεί η λύση της σε άξονα

(όπου α και β είναι οι αριθμοί που βρήκατε στο ερώτημα (i))

ΘΕΜΑ 3 : Στο παρακάτω σχήμα η ΒΓ είναι διάμετρος του κύκλου και ισχύει
 $AB = 12\text{cm}$ και $ΑΓ = 16\text{cm}$ ενώ το τόξο ΑΒ = 74°



Να υπολογιστούν :

- (i) Οι γωνίες Α , Β και Γ του τριγώνου ΑΒΓ
- (ii) Το μήκος του κύκλου
- (iii) Οι τριγωνομετρικοί αριθμοί $\eta\mu B$, $\sigma\upsilon\nu B$, $\epsilon\phi B$

ΑΠΟ ΤΑ ΔΥΟ ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΘΑ ΓΡΑΨΕΤΕ ΤΟ ΕΝΑ
ΑΠΟ ΤΙΣ ΤΡΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΘΑ ΛΥΣΕΤΕ ΤΙΣ ΔΥΟ

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1

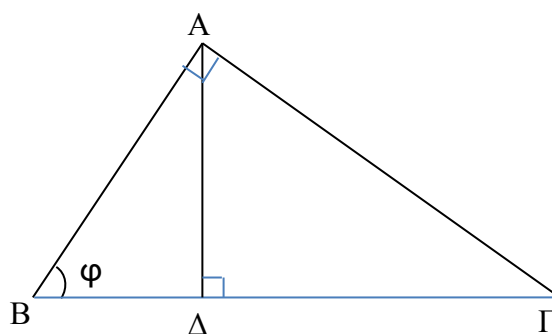
Δίνεται η παράσταση $K = 5 - 3 \cdot (x - 2) + \frac{x + 2}{6}$

- A. Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης K για $x=4$ Μονάδες 2,5
 B. Να λυθεί η ανίσωση $K \geq 0$ και να παραστήσετε στην ευθεία των αριθμών τις λύσεις της. Μονάδες 2,5
 Γ. Για ποιές τιμές του φυσικού αριθμού x η παράσταση K είναι θετικός αριθμός Μονάδες 2,5

ΑΣΚΗΣΗ 2

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($A=90^\circ$).
 Το ΑΔ είναι ύψος και $BΓ=15 \text{ cm}$, $AΓ=1,2 \text{ dm}$.
 Να υπολογίσετε:

- A. την πλευρά AB Μονάδες 2,5
 B. τους τριγωνομετρικούς αριθμούς ημφ, συνφ Μονάδες 2,5
 Γ. το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ και το ύψος του ΑΔ. Μονάδες 1,6

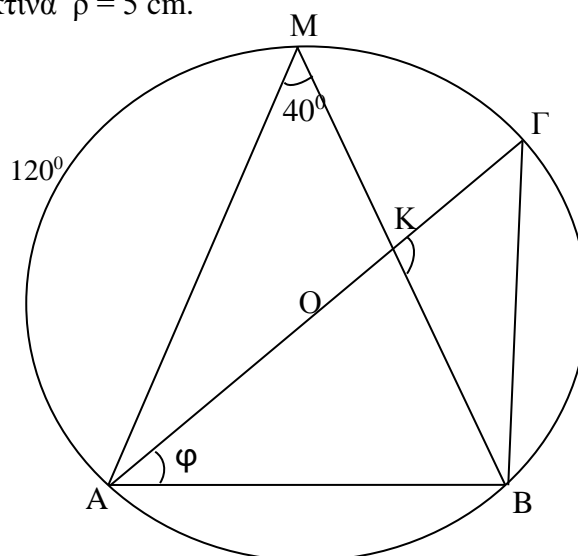


ΑΣΚΗΣΗ 3

Δίνεται ο κύκλος (O,ρ) του διπλανού σχήματος με ακτίνα $\rho = 5 \text{ cm}$.

Η γωνία $AMB=40^\circ$ και το τόξο $AM=120^\circ$.

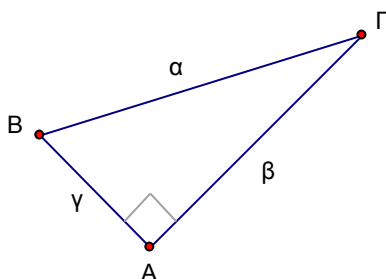
- A. Να υπολογίσετε το μήκος του κύκλου και το εμβαδόν του. Μονάδες 2,5
 B. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ABΓ Μονάδες 2,5
 Γ. Να υπολογίσετε τη γωνία K Μονάδες 1,6



A. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1°

A. Δίνεται το παρακάτω ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$). Να χαρακτηρίσετε κάθε μια από τις παρακάτω ισότητες ως «Σωστή» ή «Λάθος».



- i. $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$
- ii. $\beta^2 = \alpha^2 - \gamma^2$
- iii. $\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2$
- iv. $\gamma^2 = \alpha^2 - \beta^2$

B. Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου θεωρήματος.

ΘΕΜΑ 2°

A. Τι ονομάζουμε γραφική παράσταση μιας συνάρτησης;

B. Να χαρακτηρίσετε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις ως «Σωστή» ή «Λάθος».

- i. Κάθε σημείο του επιπέδου αντιστοιχεί σε ένα μόνο ζεύγος συντεταγμένων.
- ii. Στο ορθογώνιο σύστημα αξόνων χρησιμοποιούμε κάθετους άξονες των οποίων οι μονάδες μέτρησης έχουν το ίδιο μήκος.
- iii. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=ax$ είναι μια ευθεία που διέρχεται από την αρχή Ο των αξόνων.
- iv. Η γραφική παράσταση της $y=ax+\beta$, $\beta \neq 0$ είναι μια ευθεία κάθετη της ευθείας με εξίσωση $y=ax$.

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1°

A. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{x-1}{5} - \frac{2-x}{4} = 2x-10$

B. Να εξετάσετε αν η λύση της παραπάνω εξίσωσης αποτελεί λύση και της ανίσωσης: $2(x-6) < 1$

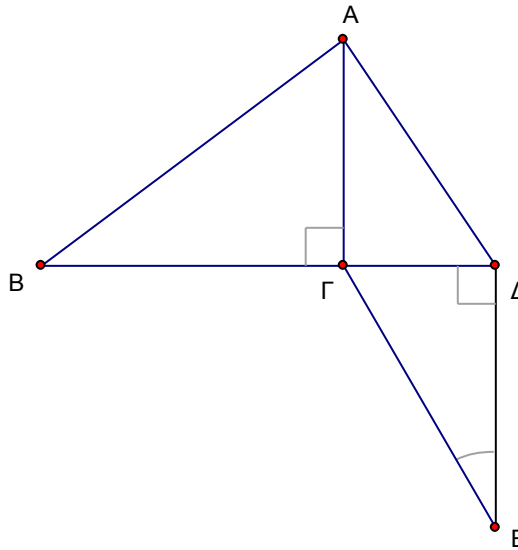
ΘΕΜΑ 2^ο

Στο διπλανό σχήμα δίνονται τα εξής:

$$AB = 5\text{cm}, B\Gamma = \Gamma E = 4\text{cm} \text{ και}$$

$$\widehat{\Gamma E \Delta} = 30^\circ.$$

- A.** Να βρείτε τις πλευρές $A\Gamma$ και $\Gamma\Delta$.
B. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Delta$ δεν είναι ορθογώνιο.

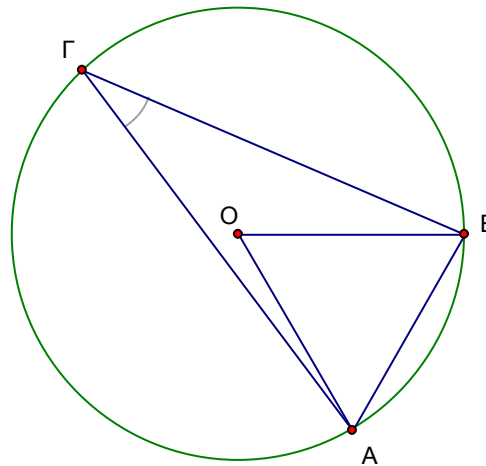


ΘΕΜΑ 3^ο

Στο διπλανό σχήμα δίνονται τα εξής:

$$\widehat{A\Gamma B} = 30^\circ \text{ και } AB = 3\text{cm}.$$

- A.** Να βρείτε την γωνία $\widehat{A\hat{O}B}$ και να αποδείξετε ότι είναι ίση με την κεντρική γωνία κανονικού εξαγώνου.
B. Να αποδείξετε ότι η ακτίνα του διπλανού κύκλου είναι ίση με 3cm.
Γ. Να υπολογίσετε το μήκος L του κύκλου και το εμβαδόν E του αντίστοιχου κυκλικού δίσκου.



ΑΣΚΗΣΗ 1^Η

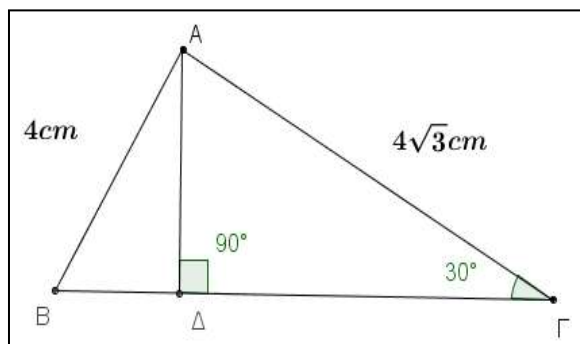
Δίνονται οι ανισώσεις : $3x + 2012 \leq 5(2 + x) + 2004$ και $\frac{x+1}{2} - \frac{x+4}{6} < \frac{2-x}{3}$

- Να λυθούν οι παραπάνω ανισώσεις .
- Να παρασταθούν οι λύσεις των παραπάνω ανισώσεων στον ίδιο άξονα και να βρεθούν οι κοινές τους λύσεις και μετά οι κοινές τους ακέραιες λύσεις .
- Αν οι αριθμοί α, β, γ με $\alpha < \beta < \gamma$ είναι οι τρεις κοινές ακέραιες λύσεις των παραπάνω ανισώσεων , να υπολογίσετε την τιμή της παρακάτω παράστασης , αφού πρώτα την απλοποιήσετε :

$$A = 2(\alpha - \beta) - 3(\gamma - \alpha) - (-\beta - 8\gamma)$$

ΑΣΚΗΣΗ 2^Η

Στο διπλανό σχήμα δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές $AB = 4\text{cm}$, $A\Gamma = 4\sqrt{3}\text{cm}$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Επίσης το $A\Delta$ είναι ύψος του τριγώνου.

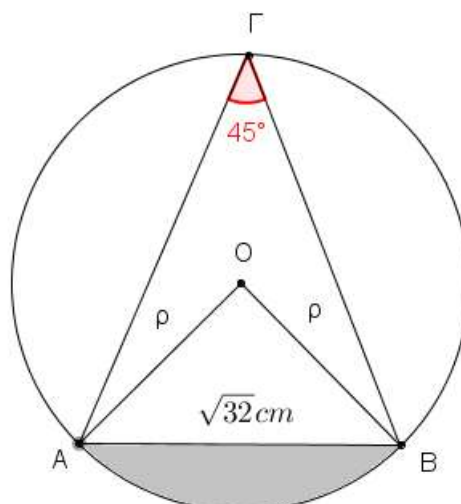


- Να υπολογίσετε τα ευθύγραμμα τμήματα $A\Delta$, $B\Delta$ και $\Delta\Gamma$.
- Να εξετάσετε αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.
- Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου $A\Delta\Gamma$ είναι τριπλάσιο από το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Delta$.
(Δίνεται ότι $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$)

ΑΣΚΗΣΗ 3^Η

Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο O και ακτίνα ρ . Δίνεται ότι η χορδή AB του κύκλου είναι $AB = \sqrt{32}\text{cm}$ και η γωνία $\widehat{A\Gamma B} = 45^\circ$.

- Να βρεθεί η γωνία \widehat{AOB} και μετά να αποδείξετε ότι η ακτίνα του κύκλου είναι $\rho = 4\text{cm}$.
- Να υπολογισθεί το μήκος και το εμβαδόν του κύκλου.
- Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου AOB .



B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

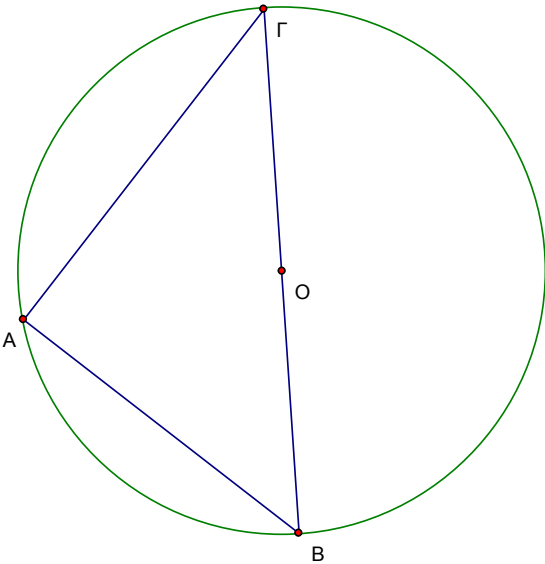
ΘΕΜΑ 1°

A. Να λυθεί η ανίσωση $5x + 2(x - 3) \geq 3(x + 1) - 33$.

B. Να λυθεί η ανίσωση $1 - x < \frac{x + 31}{3}$.

Γ. Να παραστήσετε τις λύσεις των 2 παραπάνω ανισώσεων στην ευθεία των αριθμών και να βρείτε τις κοινές τους λύσεις.

ΘΕΜΑ 2°



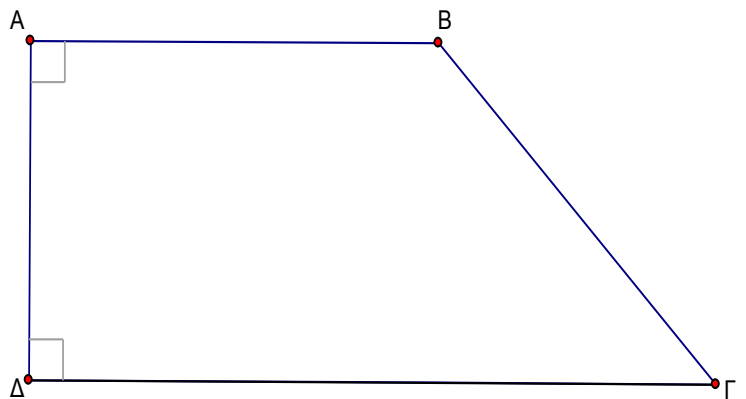
Δίνεται κύκλος (O, ρ) και τρίγωνο $AB\Gamma$, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα, με $AB = 6\text{cm}$ και $\rho = 5\text{cm}$.

A. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

B. Να βρεθεί το μήκος της πλευράς $A\Gamma$.

Γ. α) Να βρεθεί το μήκος του κύκλου.

β) Να βρεθεί το $\text{syn}B$.



ΘΕΜΑ 3°

Στο τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ του παρακάτω σχήματος έχουμε $AB = 6\text{cm}$, $\Gamma\Delta = 9\text{cm}$ και $A\Delta = 4\text{cm}$.

A. Να σχεδιάσετε το ύψος του τραpezίου από το σημείο B και να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς $B\Gamma$.

B. Να βρεθεί :

α) το εμβαδόν του τετραγώνου με πλευρά $B\Gamma$.

β) η περίμετρος του τραpezίου.

γ) το εμβαδόν του τραpezίου.

Β.ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A) Να λυθούν οι ανισώσεις: $2(x+1) - 2x + 1 \leq 4x + 7$ και $6(x-1) \leq 3(x+1)$

B) Να βρεθούν οι κοινές ακέραιες λύσεις των παραπάνω ανισώσεων.

Γ) Να λυθεί η εξίσωση: $2(x+1) - (x-1) = 4$. Αφού λύσετε την εξίσωση να αναφέρετε αν η λύση της εξίσωσης είναι και λύση των ανισώσεων του πρώτου ερωτήματος.

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνονται οι ευθείες $(\epsilon_1): y = k \cdot x + 2$ και $(\epsilon_2): y = -x + 1$

A) Να βρεθεί το k ώστε οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 να είναι παράλληλες (αιτιολογήστε την απάντησή σας).

B) Αν $k = -1$, τότε:

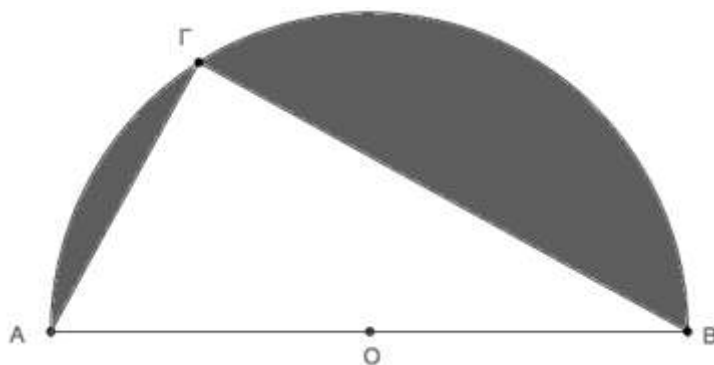
i) να βρεθούν τα σημεία τομής της ευθείας ϵ_1 με τους άξονες xx' και yy' .

ii) να ονομάσετε Π το σημείο τομής με τον άξονα xx' και P το σημείο τομής με τον άξονα yy' και να υπολογίσετε τις αποστάσεις $O\Pi$, OP και ΠP .

iii) να κάνετε την γραφική παράσταση της ευθείας ϵ_1 και να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $O\Pi P$ είναι ισοσκελές.

ΘΕΜΑ 3^ο

Στο παρακάτω σχήμα έχουμε ένα ημικύκλιο ακτίνας $OA=5\text{cm}$ και ένα σημείο Γ του κύκλου τέτοιο ώστε $A\Gamma=6\text{cm}$.



A) Δικαιολογήστε ότι η γωνία $\Gamma=90^\circ$ και υπολογίστε το μήκος της πλευράς $B\Gamma$.

- Β) Υπολογίστε το Εμβαδόν του ημικυκλίου και το Εμβαδόν του τριγώνου.
Γ) Υπολογίστε το Εμβαδόν της σκιαγραφημένης περιοχής του παρακάτω σχήματος.

ΘΕΜΑ 1^ο

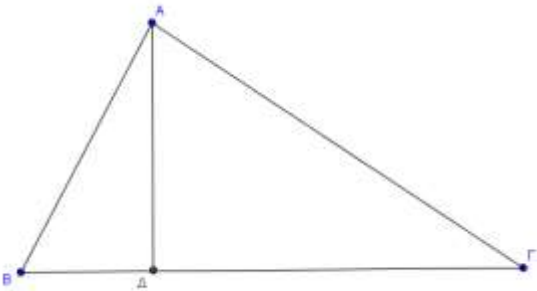
Α) Να λύσετε την εξίσωση $2(x - 1) - 8 = 4(x - 3)$.

Β) Να λύσετε την ανίσωση $\frac{x-3}{2} - \frac{2x-2}{3} \leq 1$.

ΘΕΜΑ 2^ο

Στο παρακάτω σχήμα ισχύει: ΑΔ κάθετη στην ΒΓ, ΑΓ=5cm, ΔΓ=4cm και Β=60° .

- Α) Να υπολογίσετε το ύψος ΑΔ του τριγώνου ΑΒΓ.
Β) Να υπολογίσετε την πλευρά ΑΒ του τριγώνου ΑΒΓ.



ΘΕΜΑ 3^ο

Σ' ένα ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ, η βάση του ΒΓ είναι ίσο με 12 cm και κάθε μια από τις ίσες πλευρές του είναι ίσο με 10 cm .

- Α) Να βρεθεί το ύψος ΑΔ.
Β) Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου.

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

A. Να λύσεις τις παρακάτω εξισώσεις α) $5-2(x+3) = 4x + 7$

$$\beta) x - \frac{x+4}{4} = \frac{1}{10} + \frac{2(x-1)}{5}$$

B. Δίνεται η εξίσωση $3\mu x - (\mu - x) = x - 3 \cdot (2\mu - 1)$. Να βρεις την τιμή του μ , ώστε η εξίσωση να έχει λύση την $x = -1$.

Γ. Να βρεις τις κοινές λύσεις των παρακάτω ανισώσεων $\frac{3x+1}{2} \leq \frac{x-1}{5} + \frac{9x+3}{10}$

$2(x+1) - 3(x-4) > x+8$ και να τις παραστήσεις στον άξονα των πραγματικών αριθμών.

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Σε τρίγωνο ΚΛΜ τα μήκη των πλευρών του είναι:

$$KM = \sqrt{64} + 2 \cdot \sqrt{36}, \quad \Lambda M = 24 \quad \text{και} \quad K\Lambda = \sqrt{16} + 2 \cdot \sqrt{25} + \sqrt{49} - \sqrt{(-1)^{2012}}$$

- i) Να αποδείξεις ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές με βάση την ΛΜ.
- ii) Να υπολογίσεις το ύψος ΚΡ.
- iii) Να βρεις το εμβαδόν του τριγώνου ΚΛΜ.
- iv) Να βρεις τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Μ.

ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Τρίγωνο ΑΒΓ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο με ΒΓ=16cm, ΑΓ=12cm και η πλευρά ΑΒ είναι διάμετρος του κύκλου.

- i) Να δικαιολογήσεις ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.
- ii) Να βρεις την ακτίνα του κύκλου.
- iii) Να βρεις το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.
- iv) Να βρεις το μήκος και το εμβαδόν του κύκλου.